

درسنامه و نکات کلیدی

(فصل اول)

سال نهم

مجموعه ها

مجموعه : به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می گویند.

مثال : کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟

الف) ۳ عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست) ج) اعداد اول کمتر از ۱۰ (مجموعه است)

نکته : مجموعه را به صورت **آکولاد { }** نشان می دهند و مجموعه را با **حروف بزرگ انگلیسی** نام گذاری می کنند.

نکته : به هر یک از اعداد و عبارت داخل مجموعه **عضو** می گویند و علامت عضو بودن به صورت $\in$ و علامت عضو نبودن به صورت $\notin$ می باشد.

نکته : تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می دهند.

مثال : با توجه به مجموعه A درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$A = \{3, \{4, 5\}, 6\} \quad n(A) = 4 \quad \times \quad 3 \in A \quad \checkmark \quad 4 \notin A \quad \checkmark \quad \{6\} \in A \quad \times$$

مجموعه تهی : مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت $\{ \}$ یا $\emptyset$ می باشد.

مثال : کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ $\{1, 2, 3\}$ ب) اعداد صحیح کمتر از صفر $\{0, -1, -2, -3, \dots\}$ ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ $\{ \}$ $\checkmark$

دو مجموعه برابر : دو مجموعه A و B را برابر می گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه ی مقابل :

$$A = \{4, 3, 1\} \quad \text{و} \quad B = \left\{ \sqrt{9}, 7, \frac{20}{5} \right\}$$

مثال : دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار x و y را به دست آورید؟

$$\{x - 7, 3\} = \{4, y\} \quad x - 7 = 4 \Rightarrow x = 11, y = 3$$

زیر مجموعه : مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می دهند.

نشان می دهند. اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می دهند.

نکته : اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه رابطه های مقابل همواره برقرار است : $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$

نکته : برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه ها از رابطه 2^n استفاده می کنیم. اگر تعداد زیر مجموعه را داشته باشیم و تعداد عضو را خواسته باشند عدد داده شده را **تجزیه** می کنیم.

مثال : الف) مجموعه ی $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد؟ زیر مجموعه $n(A) = 10 \Rightarrow 2^{10} = 2^{10} = 1024$

ب) یک مجموعه دارای ۳۲ زیر مجموعه است. این مجموعه دارای چند عضو است؟ $32 = 2^5 \Rightarrow 5$ عضو دارد

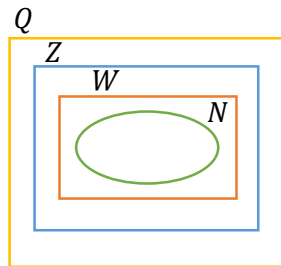
مجموعه ها

نمایش مجموعه ها : الف) مجموعه اعداد طبیعی : $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ ب) مجموعه اعداد حسابی : $W = \{0, 1, 2, \dots\}$

ج) مجموعه اعداد صحیح : $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ د) مجموعه اعداد طبیعی زوج : $E = \{2, 4, 6, \dots\}$

ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد : $O = \{1, 3, 5, \dots\}$ و) مجموعه اعداد گویا : $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

نمودار ون مجموعه ها : مجموعه ها را می توان داخل یک منحنی بسته ای نشان داد.



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

نکته : نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است :

مثال : الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟

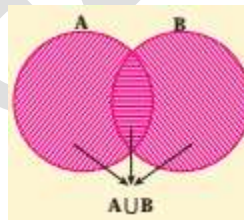
$$A = \{x \mid x \in Z, -4 \leq x < 2\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\} \quad B = \{2x - 1 \mid x \in N, x \leq 3\} = \{1, 3, 5\}$$

$$\{2(1) - 1, 2(2) - 1, 2(3) - 1\}$$

ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید؟

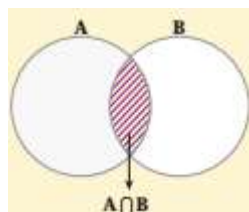
$$C = \{-6, -5, \dots, 3\} = \{x \mid x \in Z, -7 < x < 4\} \quad D = \{4, 8, 12, \dots\} = \{4x \mid x \in N\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند و اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اجتماع دو مجموعه A و B

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند و اشتراک دو مجموعه A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.



نمودار ون اشتراک دو مجموعه A و B

مجموعه ها

تفاضل دو مجموعه : مجموعه $A - B$ (A منهای B) شامل همه عضوهایی است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.

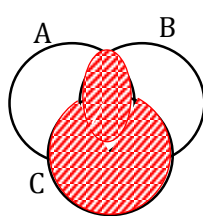
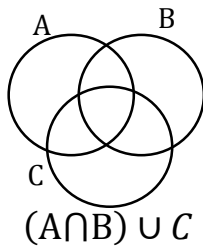


نمودار ون تفاضل دو مجموعه A و B

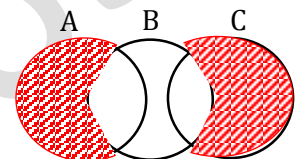
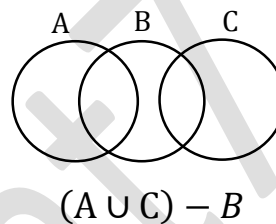
مثال : اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 2\}$ و $C = \{x^2 + 1 \mid x \in A\}$ باشد. عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟
 $C = \{1^2 + 1, 2^2 + 1, 3^2 + 1\} = \{2, 5, 10\}$ $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

الف) $A - C = \{1, 3\}$

ب) $B \cap (A \cup C) = \{-1, 0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 5, 10\} = \{1, 2\}$



مثال : با توجه به هر شکل مجموعه های داده شده را هاشور بزنید؟



مجموعه و احتمال : برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم :

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}} \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$$

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$B = \{5, 6\}$
 ب) احتمال آمدن عدد بزرگتر و مساوی ۵ :

$A = \{2, 3, 5\}$
 الف) احتمال آمدن عدد اول : $p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

مثال : در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$n(S) = 6^2 = 36$ کل حالت ها

الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید :

$A = \{(1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2), (5, 1), (5, 2)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود :

$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{5}{36}$