

عبارت های جبری

عبارت جبری: عبارتی است که از اعداد و متغیر (حروف انگلیسی) تشکیل شده است.

یک جمله ای: عبارت جبری که از دو قسمت تشکیل شده است (متغیر و عدد) و بین آن ها علامتی نباشد. (ضرب است)

مانند: $\frac{a}{3}$, $-4xy$

نکته: فرم کلی یک جمله ای به صورت ax^n است که a عدد حقیقی و x متغیر و n عدد حسابی است.

نکته: هر عدد حقیقی به تنهایی یک جمله ای است. چون متغیر آن صفر است.

نکته: اگر در عبارتی حروف زیر رادیکال یا حروف در مخرج یا حروف توان منفی داشته باشند. آن عبارت یک جمله ای نیست.

مثال: کدام عبارت یک جمله ای است.

دو جمله دارد $\sqrt{3}xy^2$, $4a+2$, $\sqrt{x}$, ab^{-2} , $\frac{3}{2}$

درجه یک جمله ای: توان متغیر را درجه آن یک جمله ای می گویند.

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

درجه نسبت به کل متغیرها	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x	ضریب	یک جمله ای
$2+3=5$	3	2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{x^2y^3}{2}$
1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}x$

یک جمله ای متشابه: یک جمله ای که متغیر و توان هر متغیر کاملاً مثل هم باشند.

مانند: $(4xy, -3yx)$ متشابه اند ولی $(-5a^2b, 3ab^2)$ نا متشابه هستند.

جمع و تفریق یک جمله ای های متشابه: ضرایب یک جمله ای را با هم جمع و تفریق می کنیم و متغیرها را کنار آن ها می نویسیم.

مثال: عبارت جبری مقابل را ساده کنید.

$$-5ab + b - 6 + 3ab + 2b - 8b = -2ab - 5b - 6$$

ضرب و تقسیم یک جمله ای: در ضرب ضرایب در هم و متغیرها در هم ضرب می شود و در تقسیم ضرایب بر هم و متغیرها بر هم تقسیم می شوند.

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$3a(-4ab - c) = -12a^2b - 3ac$$

$$\frac{24x^2y^3z}{3xyz} = 8xy^2$$

عبارت های جبری

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$-6x^2 + 5x(x - 2y) + 8xy = \underline{-6x^2} + \underline{5x^2} - \underline{10xy} + \underline{8xy} = -x^2 - 2xy$$

درجه چند جمله ای: بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر را در نظر می گیریم.

مثال: درجه نسبت به متغیر x در چند جمله ای $\sqrt{5}x^2y^3z - 3xy + 2x^3y^2 - x$ چند است؟ درجه x برابر ۳ است.

مثال: چند جمله ای زیر را نسبت به توان های نزولی a (از بزرگ به کوچک) مرتب کنید.

$$a^2b - 3 + 2a^3b^2 - 5ab = 2a^3b^2 + a^2b - 5ab - 3$$

اتحاد جبری: اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که با ازای تمام مقادیر دلخواه برای متغیرها مقدار یکسانی داشته باشد به تساوی جبری آن ها اتحاد می گویند.

مثال: آیا $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ یک اتحاد است؟ چرا؟ به ازای مقادیر دلخواه امتحان می کنیم اگر دو طرف تساوی یکی شد این تساوی یک اتحاد است.

$$\begin{cases} x = -4 \Rightarrow (-4 - 2)^2 = (-4)^2 - 4(-4) + 4 \Rightarrow 36 = 36 \\ x = 5 \Rightarrow (5 - 2)^2 = 5^2 - 4(5) + 4 \Rightarrow 9 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases} \quad \text{اتحاد مربع دو جمله ای: (الف) جبری}$$

$$\text{(ب) کلامی: } (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2 = (\text{جمله اول})^2 + \text{دو برابر جمله اول در دوم} + (\text{جمله دوم} + \text{جمله اول})^2$$

مثال: حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 2b)^2 = a^2 - 2(a)(2b) + (2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$(xy + 3)^2 = x^2y^2 + 2(xy)(3) + 3^2 = x^2y^2 + 6xy + 9$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج: (الف) جبری}$$

$$\text{(ب) کلامی: } (\text{جمله دوم} - \text{جمله اول})(\text{جمله دوم} + \text{جمله اول}) = (\text{جمله اول})^2 - (\text{جمله دوم})^2$$

مثال: حاصل عبارت های جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a - 3b)(a + 3b) = a^2 - (3b)^2 = a^2 - 9b^2$$

$$\left(2x + \frac{y}{2}\right)\left(2x - \frac{y}{2}\right) = (2x)^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 4x^2 - \frac{y^2}{4}$$

عبارت های جبری

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

اتحاد جمله مشترک :

مثال : حاصل عبارت جبری زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(2a - 3)(2a + 4) = (2a)^2 + (-3 + 4)(2a) + (-3 \times 4) = 4a^2 + 2a - 12$$

تجزیه عبارت جبری : نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل ضرب چند عبارت دیگر را تجزیه می گویند.

روش های تجزیه : الف) فاکتور گیری ب) با استفاده از اتحادها

فاکتور گیری : برای فاکتور گیری مراحل زیر را انجام می دهیم :

(۱) ضرایب را تعیین می کنیم

(۲) حروف مشترک با توان کمتر را انتخاب می کنیم

(۳) حروف مشترک را به عنوان فاکتور می گیریم

(۴) تمام جملات را بر عامل فاکتور تقسیم کرده و جواب را داخل پرانتز می نویسیم

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

حروف مشترک
اعداد (ب.م.م)

$$18xy - 12y = 6y(3x - 2)$$

$$16a^2b + 4ab^2 - 8ab = 4ab(4a + b - 2)$$

تجزیه به کمک اتحاد مربع : (۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

(۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق داشته باشند

جذر

$$a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$$

$$4x^2 + 4xy^2 + y^4 = (2x + y^2)^2$$

مثال : عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک : (۱) تعداد جملات ۳ جمله باشد

(۲) جمله اول و جمله سوم جذر دقیق نداشته باشند

(۳) ضریب x حاصل جمع و عدد آخر حاصل ضرب دو عدد را نشان می دهد

ضرب دو عدد جمع دو عدد

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

مثال : عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

جمع دو عدد ضرب دو عدد

$$x^2 - 11x - 12 = (x - 4)(x + 3)$$

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج : (۱) تعداد جملات ۲ جمله باشد

(۲) جملات اول و دوم جذر دقیق داشته باشند

(۳) بین جملات علامت منفی باشد

عبارت های جبری

مثال: عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3)$$

جذر

$$x^2 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

نامعادله: جواب های نامعادله مقادیری از متغیر هستند که به ازای آن ها نامساوی برقرار است. همه ی جواب های نامعادله مجموعه جواب آن گفته می شود.

نکته: اگر به طرفین یک نامساوی عدد اضافه یا عددی کم شود جهت نابرابری عوض نمی شود:

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c, \quad a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

نکته: اگر طرفین یک نامساوی در عدد مثبت ضرب یا بر عدد مثبت تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض نمی شود:

$$a > b \Rightarrow ac > bc, \quad a > b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

نکته: اگر طرفین یک نامساوی در عدد منفی ضرب یا بر عدد منفی تقسیم کنیم جهت نابرابری عوض می شود:

$$a < b \Rightarrow ac > bc, \quad a < b \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

حل نامعادله: همانند یک معادله حل می شود با این تفاوت که اگر در آخر نامعادله ضریب مجهول عدد منفی باشد جهت نامعادله عوض می شود.

مثال: مجموعه جواب نامعادله های زیر را به دست آورده و آن ها را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$4(x - 1) \leq 5x - 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 5x - 2 \Rightarrow 4x - 5x \leq 4 - 2 \Rightarrow -x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$$

مجموعه جواب $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$



طرفین در ۲ ضرب

$$x^2 + \frac{x}{2} < (x - 1)^2 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} < x^2 - 2x + 1 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2x < 1 \Rightarrow x + 4x < 2 \Rightarrow 5x < 2 \Rightarrow x < \frac{2}{5}$$

مجموعه جواب $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{2}{5}\}$



نکته: در مسایل مربوط به نابرابری به جای کلمه حداکثر از علامت $\leq$ و به جای کلمه حداقل از علامت $\geq$ استفاده می کنیم.

مثال: عبارت زیر را به صورت کلامی بنویسید: "مجموع دو برابر عددی با قرینه سه برابر عدد دیگر حداکثر -۹ است."

$$2x + (-3y) \leq -9$$